# Parametrisch model voor de capaciteit, waterverplaatsing en het deplacement van binnenschepen als functie van hun hoofdafmetingen en diepgang

**Dr. Cornelis van Dorsser, versie 21-06-2024**

Wetenschappelijk adviseur, Koninklijke Binnenvaart Nederland

E-mail: [c.van.dorsser@binnenvaart.nl](mailto:c.van.dorsser@binnenvaart.nl)

**Abstract**

De binnenvaart wordt geconfronteerd met uiteenlopende complexe vraagstukken over zaken als het effect van extreem laag- en hoogwater in relatie tot klimaatverandering, de verduurzaming van de vloot, het behoud van een goed functionerende vaarweg en de wens om een positieve ‘modal shift’ te bewerkstelligen. Voor het analyseren van dergelijke vraagstukken is inzicht in de kenmerken van schepen nodig. Deze kennis is in praktijk aanwezig op het niveau van de individuele schepen, maar vindt slechts moeizaam haar weg naar de wetenschap en beleidsanalyses. Deze publicatie bespreekt de tekortkomingen van de huidige modellen voor het ramen van de capaciteit en waterverplaatsing van individuele binnenvaartschepen. Door twee bestaande modellen te combineren en aan te vullen met empirisch onderzoek wordt een nieuwe schattingsmethode verkregen die op basis van minimale informatie over de lengte, breedte en het type schip een betrouwbare raming geeft van de capaciteit en waterverplaatsing op een gegeven diepgang. De nauwkeurigheid van deze raming kan worden vergroot door extra informatie toe te voegen over de ledige diepgang en het ledige scheepsgewicht en/of over de ontwerpdiepgang en de bijhorende ontwerpcapaciteit. Het model is direct toepasbaar om de effecten van laag water op de capaciteit van de binnenvaartvloot te bepalen, maar draagt ook bij aan de ontwikkeling van geavanceerde binnenvaartmodellen zoals de ‘Digital Twin Vaarwegen’ die in het Trans2 project verder ontwikkeld wordt en waar deze publicatie onderdeel van uitmaakt.

1. **Inleiding**

De binnenvaart wordt geconfronteerd met uiteenlopende complexe vraagstukken over zaken als het effect van extreem laag- en hoogwater in relatie tot klimaatverandering, de verduurzaming van de vloot, het behoud van een goed functionerende vaarweg en de wens om een positieve ‘modal shift’ te bewerkstelligen. Voor het analyseren van dergelijke vraagstukken is inzicht in de kenmerken van schepen nodig. Deze kennis is in praktijk aanwezig op het niveau van de individuele schepen, maar vindt slechts moeizaam haar weg naar de wetenschap en beleidsanalyses. In wetenschappelijke publicaties en beleidsanalyses wordt doorgaans gewerkt met een aantal maatgevende schepen die representatief geacht worden voor de gehele vloot (Roelse, 2002; Hekkenberg et al. 2017; Koedijk, 2020; Van Dorsser et al. 2020; Vinke et al. 2024). In werkelijkheid zijn deze schepen lang niet altijd representatief. Om de hedendaagse vraagstukken goed te analyseren is het van belang om met de werkelijke kenmerken van individuele schepen te rekenen en de samenstelling van de vloot niet te vereenvoudigen tot enkele maatgevende scheepsklassen.

Het verkrijgen van gedetailleerde gegevens over individuele schepen is niet of nauwelijks op grote schaal mogelijk. Wel is het mogelijk om het gedrag van schepen te modelleren. Idealiter heeft een dergelijk model aan minimale informatie voldoende zoals de lengte (L), breedte (B) en het type schip. Daarnaast kan de uitkomst van het model specifiek op een individueel schip worden toegesneden als meer over het schip bekend is. Dit kan met aanvullende gegevens over de ontwerpdiepgang (Td) en de bijhorende ontwerpcapaciteit op zoet water (DWTfw) en met gegevens over de ledige diepgang (Te) en het ledige scheepsgewicht (LSW). Deze publicatie beschrijft hoe afhankelijk van de beschikbare informatie een zo nauwkeurig mogelijke beschrijving van de capaciteit, de waterverplaatsing (∇) en het deplacement (Δ) van individuele binnenvaartschepen verkregen kan worden.

De capaciteit heeft betrekking op de het draagvermogen van het schip voor het vervoer van lading en voorraden zoals brandstof en water. De capaciteit wordt uitgedrukt in kubieke meter draagvermogen of in tonnen laadcapaciteit. De term draagvermogen komt voort uit de fysische wetmatigheid van Archimedes, die stelt dat de opwaartse kracht van een schip gelijk is aan de massa van het door het schip verplaatste volume. Het totale gewicht van het schip wordt het deplacement genoemd. Het deplacement komt overeen met het ledige scheepsgewicht plus het gewicht van de lading en de voorraden, beide uitgedrukt in metrische tonnen[[1]](#footnote-1). Het totale door het schip verplaatste volume hangt af van het deplacement en de dichtheid van de vloeistof waarin het schip drijft. Het volume wordt de waterverplaatsing genoemd. Op zoet water met een dichtheid van 1 ton per kubieke meter is het draagvermogen in kubieke meter identiek aan de waterverplaatsing in tonnen.

Voor het bepalen van het effect van de beschikbare waterdiepte op de laadcapaciteit van de schepen is het voldoende om naar het draagvermogen te kijken, maar voor andere vraagstukken is meer informatie nodig. Zo is voor het bepalen van de bouwkosten het gewicht van het ledige schip belangrijk. Dat geldt ook voor het bepalen van de stabiliteit van het schip (tegen omslaan). Voor vraagstukken die betrekking hebben op het energieverbruik en de motoremissies is inzicht in de totale waterverplaatsing relevant. Deze publicatie richt zich daarom op het modelleren van de capaciteit, de waterverplaatsing en het deplacement.

De hier beschreven methode is ontwikkeld voor de ‘Digital Twin Vaarwegen’, een open source model van Deltares. De methode bouwt voort op het empirische capaciteitsmodel Van Dorsser et al. (2020, tabel 3) dat op basis van de ledige diepgang en actuele diepgang een accurate raming geeft van de capaciteit van een schip in relatie tot de capaciteit op een diepgang van 2,5 meter. De capaciteit wordt hierbij uitgedrukt als een index van de capaciteit op 2,5 meter diepgang. Het werken met een relatieve capaciteitsfactor is omslachtig en zal in deze methode worden geëlimineerd. Het toepassing van het relatieve capaciteitsmodel heeft als voordeel dat het model accuraat is. Het model heeft een MEA van -0.01 en een RMSE van 0.47 (zie Figuur 1)[[2]](#footnote-2).

**Figuur 1: Foutmarge van relatieve capaciteitsmodel van Van Dorsser et al. (2020) bij gegeven Te**

A graph and a graph

Description automatically generated

Bron: eigen berekeningen op basis van brondata Van Dorsser et al. (2020)

Het probleem met de bovengenoemde methode is dat de ledige diepgang meestal niet bekend is. Ook is extra informatie over de capaciteit van het schip op een gegeven diepgang vereist om het absolute tonnage te bepalen. Denk hierbij aan de ontwerpcapaciteit en de ontwerpdiepgang.

Als de ledige diepgang, de ontwerpdiepgang en/of de ontwerpcapaciteit niet bekend zijn biedt de publicatie ondersteunende modellen (van Dorsser et al., 2020, tabel 4 en tabel 5). Deze modellen zijn minder betrouwbaar dan het relatieve capaciteitsmodel. Er is gebleken dat ze bij ongebruikelijke scheepsafmetingen aantoonbaar foute waarden opleveren. Zo neemt de berekende ledige diepgang bij korte brede schepen toe als de breedte vergroot wordt terwijl in praktijk een afname verwacht wordt (dit gebeurt ongeveer bij schepen met een L/B verhouding van 8 of kleiner). De oorzaak ligt in het oneigenlijk extrapoleren van gegevens buiten de empirische dataset van de schepen waarop het ondersteunende model gebaseerd is. Omdat de publicatie van Dorsser et al. (2020) niet ingaat op de reikwijdte van de ondersteunende modellen is het van belang deze alsnog eenduidig vast te stellen en te valideren. Dit gebeurt aan de hand van 133 schepen waarvan de meetbriefgegevens bij de auteur bekend zijn. Buiten het toepassingsgebied van deze modellen is een andere methode vereist.

De problematiek met de ondersteunende modellen kan worden ondervangen door de methode gedetailleerder uit te werken. Dit resulteert in een model met 6 vergelijkingen en 12 parameters. Van deze parameters zijn de lengte en de breedte altijd bekend waardoor er sprake is van 4 onbepaalde parameters. Om het model op te lossen moeten er steeds 4 parameters bekend zijn of nauwkeurig geraamd kunnen worden. In het ideale geval zijn het ledige scheepsgewicht, de ledige diepgang, de ontwerpcapaciteit en de ontwerpdiepgang bekend. In dat geval kan een zeer nauwkeurige representatie van de capaciteit over de diepgang worden gegeven. Als er minder bekend is zijn aanvullende gegevens of ramingen nodig. Hiervoor komen in eerste instantie twee vorm parameters in aanmerking die relatief weinig spreiding kennen. Dit zijn de blok coëfficiënt (cb) die bepaald wordt door het onderwatervolume te delen door het product van lengte, breedte en diepgang en de parameter β die overeen komt met het onderwatervolume gedeeld door het product van de waterlijnoppervlakte maal de diepgang. Zodra bekend is of het een motorschip of een duwbak betreft kan met behulp van default waarden voor cb en β en informatie over twee aanvullende parameters zoals de ontwerpdiepgang en de ontwerpcapaciteit nog steeds een nauwkeurige raming worden verkregen zonder dat er gebruik gemaakt hoeft te worden van de ondersteunende modellen.

Als er minder dan twee aanvullende parameters bekend zijn moeten er parameters geraamd worden. Bij gangbare scheepsafmetingen kan gebruik gemaakt worden van de ondersteunende modellen van Van Dorsser et al. (2020, tabel 4 en tabel 5) voor de ontwerpdiepgang en de ledige diepgang. Bij ongebruikelijke afmetingen (die buiten het toepassingsbereik van deze modellen liggen) is het ramen van de ledige diepgang op deze wijze niet langer geoorloofd. In dat geval kan gebruik gemaakt worden van de geavanceerde vuistregels van Hekkenberg (2013). In Annex E wordt nader op het toepassingsgebied van de ondersteunende modellen ingegaan. Hekkenberg (2013) ontwikkelde een methode waarmee hij op basis van het type schip en de hoofdafmetingen automatisch een scheepsontwerp kon genereren dat aan de klasse eisen (ontwerpregels) voor schepen voldoet. Hiermee ontwierp hij een systematische reeks schepen van 40 tot 185 meter lengte, 5 tot 25 meter breedte en 1,5 tot 4,5 meter diepgang. De verkregen dataset gebruikte hij vervolgens om met behulp van lineaire regressie een aantal geavanceerde vuistregels op te stellen. De reikwijdte van dit model omspant vrijwel alle denkbare binnenschepen in West Europa. Het model geeft daarmee ook voor ongebruikelijke scheepsafmetingen een betrouwbare schatting van het ledige scheepsgewicht. Voor gangbare schepen is het model van Hekkenberg (2013) echter minder nauwkeurig dan het model van Van Dorsser et al. (2020).

De methode van Hekkenberg (2013) richt zich op motorvrachtschepen, motorcontainerschepen en motortankschepen. Er is geen module aanwezig voor het ramen van het gewicht van duwbakken. Hiervoor wordt in de Annex F een nieuwe schattingsmethode geïntroduceerd.

Paragraaf 2 beschrijft het generieke model voor het bepalen van de capaciteit, waterverplaatsing en deplacement op zoet water. Paragraaf 3 bespreekt hoe afhankelijk van beschikbare informatie over de ledige diepgang, het ledige scheepsgewicht, de ontwerpdiepgang en de ontwerpcapaciteit een oplossing kan worden verkregen. Dit resulteert in totaal in 16 verschillende oplossingsmethoden. Paragraaf 4 beschrijft een interne controle om foutieve modeluitkosten te detecteren die ontstaan als gevolg van onrealistische invoer. Paragraaf 5 bespreekt de externe validatie die aan de hand van gedetailleerde gegevens van 21 motorschepen is uitgevoerd. Paragraaf 6 laat zien hoe de gevonden oplossing vereenvoudigd kan waardoor er gemakkelijker mee te werken valt. Paragraaf 7 bespreekt de uitbreiding van het model naar zout water. Conclusies en aanbevelingen voor verder onderzoek en implementatie in de ‘Digital Twin Vaarwegen’ volgen in Paragraaf 8.

1. **Een model voor de capaciteit op zoet water**

De beoogde uitkomst deze publicatie is een programmeerbaar model dat voor elk denkbaar Europees binnenvaartvrachtschip een passende beschrijving geeft van de laadcapaciteit, de waterverplaatsing en het deplacement. Het toepassingsbereik van het model komt overeen met de lengte en breedte uit het model van Hekkenberg (2013). Dit betekent dat zij geschikt is voor schepen met een lengte tussen de 40 en 185 meter en een breedte van 5 tot 25 meter. Ten aanzien van de ontwerpdiepgang kan overeenkomstig het model van Hekkenberg een bereik van 1,5 tot 4,5 meter worden aangehouden voor droge lading en containerschepen. Voor tankers en duwbakken worden in praktijk ook grotere waarden tot c.a. 5,0 meter waargenomen. Dergelijke schepen zijn ook aanwezig in de dataset van Van Dorsser et al. (2020). Het toepassingsbereik voor de ontwerpdiepgang van tankers en duwbakken bedraagt daarom 1,5 tot 5,0 meter.

In navolging van Van Dorsser et al. (2020) wordt de capaciteit CAP(T) gedefinieerd als een 2e-graads functie van de diepgang. De diepgang kan hierbij variëren tussen de ledige diepgang (Te) en de ontwerpdiepgang (Td), beide gemeten op zoet water. De waterverplaatsing betreft het volume van het door het schip verplaatste water. Deze is afhankelijk van het gewicht van het schip inclusief de lading en de aanwezige voorraden en van de dichtheid van het water (ρ). Op zoet water met een dichtheid van 1 ton per kubieke meter vereenvoudigt het model zich tot:

FW1:

FW2:

FW3:

FW4:

FW5:

FW6:

Waarbij:

CAP(T): Lading dragend onderwatervolume op actuele diepgang t.o.v. Te in m3;

DWTfw(T): Laadvermogen van het schip op zoet water op diepgang T in tonnen;

DWTfw: Ontwerpcapaciteit in tonnen op ontwerpdiepgang;

LSW: Ledige scheepsgewicht in tonnen;

LSVfw: Onderwatervolume van het ledige schip op zoet water in m3;

∇(T): Waterverplaatsing van het schip op diepgang T in m3;

: Deplacement van het schip op diepgang T in tonnen;

a, b, c: modelconstanten die het volume van het schip beschrijven tussen Te en Td;

T: Actuele diepgang van het schip in meter;

Te: Ledige diepgang van het schip in meter op zoet water met ρ=1;

Td: Ontwerpdiepgang van het schip in meter op zoet water met ρ=1.

Dit zoet water (FW) model is eenvoudig te programmeren en toe te passen op individuele schepen. De kunst is om voor elk schip de beschrijvende parameters a, b, c, LSW en Td zo accuraat mogelijk te bepalen. Zodra deze parameters bekend zijn ligt het gewicht en de capaciteit van het schip volledig vast. Het bepalen van deze gegevens vraagt echter kennis over de vorm en het gewicht van het schip. In praktijk komt dit neer op de carène gegevens uit het stabiliteitsboek (indien aanwezig) en de voltallige gegevens uit de meetbrief[[3]](#footnote-3). Deze gegevens zijn meestal niet aanwezig. In dat geval moeten deze parameters op een andere wijze vastgesteld worden. Dat kan aan de hand van een uitgebreider model met 6 vergelijkingen en 12 parameters. Het betreft hier de volgende parameters:

Gehanteerde modelparameters:

* L: Lengte van het schip (specifiek LOA: lengte over alles in meters);
* B: Breedte van het schip (specifiek Bm: gemalde breedte in meters);
* α: Factor die betrekking heeft op de grootte van het schip die wordt bepaald als het tonnage op 2,5 meter gedeeld door het indexgetal 100.
* β: Factor die betrekking heeft op de vorm van het schip die wordt bepaald als het ledige scheepsgewicht gedeeld door het product van de waterlijnoppervlakte en de diepgang;
* ε: Absolute foutterm die aan het model wordt toegevoegd uitgedrukt in tonnen;
* Te: Ledige diepgang van het schip (gelijklastige diepgang in meters):
* Td: Ontwerp diepgang van het schip (gelijklastige diepgang in meters):
* LSW: Ledige scheepsgewicht (in tonnen waterverplaatsing);
* DWTfw: Maximale capaciteit aan laadvermogen op zout water (in tonnen lading);
* Awl: Waterlijn oppervlak (gemeten in m2 op ledige diepgang);
* cwl: Waterlijn coefficient bepaald als Awl/(L·B) (gemeten op ledige diepgang);
* cb: Blok coefficient bepaald als LSW/(L·B·Te) (gemeten op ledige diepgang).

De eerste twee parameters hebben betrekking op de lengte (L) en de breedte (B) van het schip. Deze worden altijd bekend verondersteld. Voor de overige 10 parameters moet steeds gekeken worden welke van de parameters bekend zijn, welke parameters op een nauwkeurige wijze exogeen geschat kunnen worden en welke parameters endogeen kunnen worden afgeleid. Bij het opstellen de publicatie is uitgegaan van de mogelijke beschikbaarheid van de parameters Te, Td, LSW en DWTfw.

De keuze van de exogene parameters is belangrijk omdat ze effect heeft op de nauwkeurigheid van endogeen bepaalde parameters. Voor elke combinatie van bekende invoerparameters is een andere oplossingsmethode nodig om het uitgebreide model te definiëren. Zodra alle parameters van het uitgebreide model bekend zijn kunnen aan de hand van de resultaten de coëfficiënten a, b en c en de parameters LSW en Td van het simpele model worden vastgesteld (zie paragraaf 6).

Het vertrekpunt voor het uitgebreide model is het relatieve capaciteitsmodel uit tabel 3 van Van Dorsser et al. (2020). Dit model beschrijft de laadcapaciteit als functie van de ledige diepgang bij een dichtheid van 1 ton/m3. We hebben een schaalfactor α toegevoegd om de relatieve capaciteitsindex te vertalen naar absolute tonnen laadvermogen. De foutterm ε wordt in de publicatie niet genoemd, maar volgt uit het feit dat de formule op een empirische wijze is afgeleid.

Waarbij:

α: schaalfactor (capaciteit schip op diepgang 2,5 meter gedeeld door index 100);

T: actuele diepgang van het schip in meters;

Te: ledige diepgang op zoet water met ρ=1;

c0: coëfficiënt 0 met waarde 2.0323139721E+01;

c1: coëfficiënt 1 met waarde -7.8577991460E+01;

c2: coëfficiënt 2 met waarde -7.0671612519E+00;

c3: coëfficiënt 3 met waarde 2.7744056480E+01;

c4: coëfficiënt 4 met waarde 7.5588609922E-01;

c5: coëfficiënt 5 met waarde 3.6591813315E+01;

ε: toegevoegde foutterm.

Hoewel de foutterm in het model van Van Dorsser et al. (2020) relatief klein is kan zij niet genegeerd worden. Het negeren van de foutterm leidt ertoe dat andere parameters bij het definieren van het model buiten hun gangbare bereik gedrukt kunnen worden.

Bij het opstellen van de methode is gebleken dat er problemen met over specificatie van het model ontstaan als naast de lengte (L) en de breedte (B) ook de ledige diepgang (Te), het ledige scheepsgewicht (LSW), de ontwerp diepgang (Td), en de ontwerpcapaciteit op zoet water (DWTfw) bekend zijn. In situaties waarbij niet alle bovenstaande parameters bekend zijn is toevoeging van de foutterm in feite niet nodig, maar is toch gebleken is dat het opnemen van de foutterm een significante verbetering van de nauwkeurigheid oplevert.

De rest van deze paragraaf gaat in op het specificeren van het uitgebreide model (EQ). De eerste twee vergelijkingen (EQ1 en EQ2) worden verkregen door de randvoorwaarden van de capaciteit in te vullen voor de ledige diepgang Te en de ontwerpdiepgang Td.

EQ1:

EQ2:

De derde vergelijking (EQ3) volgt uit de vergelijking voor de waterlijnoppervlakte A(T) als functie van de diepgang die per definitie gelijk is aan de afgeleide van de capaciteit. De waterlijnoppervlakte op ledige diepgang wordt in deze publicatie aangeduid als Awl.

EQ3:

Op basis van vergelijking EQ3 kan de waterlijn coëfficiënt cwl worden bepaald. Deze coëfficiënt geeft aan hoe vol het schip is op de waterlijn. Deze coëfficiënt wordt bepaald op de ledige diepgang.

EQ4:

Voor het bepalen van het ledige scheepsgewicht wordt doorgaans gekeken naar de blokcoëfficiënt cb. Deze coëfficiënt geeft een indicatie van de volheid van het onderwaterschip op ledige diepgang.

EQ5:

Bij het bepalen van het ledige scheepsgewicht (LSW) op basis van de blokcoëfficiënt wordt nog geen rekening gehouden met de vorm van het schip ter hoogte van de waterlijn, terwijl daar uit de formule voor de capaciteit wel informatie over beschikbaar is. Een accuratere raming wordt verkregen door het scheepsgewicht te bepalen met een coëfficiënt die het onderwatervolume beschrijft als fractie van het product van de waterlijnoppervlakte en de ledige diepgang. Deze coëfficiënt heeft in de literatuur nog geen naam en zal worden aangeduid met β.

EQ6:

Door vergelijking EQ 4, EQ5 en EQ6 te combineren kan worden afgeleid dat de coëfficiënt β een speciale betekenis heeft. Deze komt overeen met de blokcoëfficiënt gedeeld door de waterlijn- coëfficiënt (β = cb/cwl).

1. **Invoer afhankelijke modeloplossingen**

In de vorige paragraaf is een uitgebreid model geïntroduceerd voor het ramen van de capaciteit en de waterverplaatsing op een gegeven diepgang. Het uitgebreide model bestaat uit 6 vergelijkingen met 12 parameters (L, B, α, β, ε, Te, Td, LSW, DWT, Awl, cwl, cb)[[4]](#footnote-4). De oplossing van het model hangt af van de beschikbare informatie over het schip. Minimale invoer bestaat uit de lengte (L) en de breedte (B) van het schip en gegevens over het type schip (d.w.z. motorschip, koppelbak of duwbak), het soort lading (droge lading, container of tankvaart) en de enkel- of dubbelwandigheid van de scheepsconstructie. De kwaliteit van de raming kan worden verbeterd met aanvullende informatie over de ledige diepgang (Te), het ledige scheepsgewicht (LSW) de ontwerpdiepgang (Td) en/of de ontwerpcapaciteit (DWTfw). Als twee van de vier aanvullende parameters bekend zijn is informatie over het soort lading in de meeste gevallen overigens niet noodzakelijk.

Als de gewenste informatie niet beschikbaar is zullen er enkele parameters geraamd moeten worden. Hiervoor komen als eerste de default waarden voor β en cb in aanmerking. Deze parameters worden gekenmerkt door een beperkte spreiding. Eerst wordt de β vastgesteld en daarna pas de cb omdat de spreiding van β kleiner is dan die van de cb. Als er minder dan twee aanvullende parameters bekend zijn moeten er naast β en cb nog andere parameters geraamd worden. Als eerste wordt dan de ontwerpdiepgang (Td) geraamd. Dit gebeurt met Van Dorsser et al. (2020, tabel 5). Vervolgens wordt voor schepen met gangbare afmetingen uitgegaan van de ledige diepgang (Te) op basis van Van Dorsser et al. (2020, tabel 4) en voor schepen met afwijkende afmetingen uitgegaan van het ledige scheepsgewicht (LSW) op basis van Hekkenberg (2013). De gehanteerde werkwijze hangt dus af van de beschikbare informatie en deze is niet voor alle situaties het zelfde. De verschillende oplossingen worden in deze paragraaf verder uitgewerkt.

*Oplossing 1, indien Te, Td, LSW en DWTfw bekend zijn:*

Als alle vier de aanvullende invoerparameters bekend zijn kunnen de parameters α, β rechtstreeks worden bepaald door α uit de vergelijkingen EQ1 en EQ2 op te lossen. Dit gaat als volgt:

Uit het quotiënt van deze twee vergelijking valt α als volgt te bepalen:

R1.1:

Uit vergelijking EQ3 valt β als volgt te bepalen:

R1.2:

Tenslotte kan ε worden bepaald uit EQ2:

R1.3:

De coëfficiënt cb volgt rechtstreeks uit EQ5:

R1.4:

De coëfficiënt volgt uit de vergelijking β = cb/cwl (zie toelichting onder EQ6):

R1.5:

Het waterlijnoppervlak volgt uit de definitie in EQ4:

R1.6:

*Oplossing 2, indien Td, LSW en DWTfw bekend zijn:*

Indien Td, LSW en DWTfw bekend zijn wordt als 4e parameter in eerste instantie de β bepaald en vastgezet op een default waarde van 0,926 voor motorschepen (zie Annex A); 0,932 voor koppelbakken en 0,961 voor gewone bakken (zie Annex B). Voor het vaststellen van de ledige diepgang kan worden uitgegaan van de resultaten uit oplossing 1 waarbij R1.2 als volgt kan worden omgeschreven en gelijkgesteld aan R1.1.

De volgende stap is om bovenstaande vergelijking op te lossen voor Te. Dit resulteert in de volgende vergelijking die op te lossen is met de abc-formule:

Waarbij:

;

;

;

Het oplossen van vergelijking R2.1 met de abc-formule levert een bruikbaar resultaat bij:

R2.1:

Merk op dat de parameters a, b en c hier lokaal gedefinieerd zijn en niet overeenkomen met de globale parameters voor het simpele model uit paragraaf 2 en 6.

Zodra Te bepaald is kunnen α, ε, cb, cwl en Awl berekend worden met behulp van vergelijking R1.1, R1.3, R1.4, R1.5 en R1.6.

De gevonden oplossing hangt af van de gehanteerde oplosroutine. Een andere mogelijkheid zou zijn om niet de β maar de cb als default startwaarde te hanteren. Deze oplossing is ook geanalyseerd, maar het blijkt dat de oplossing met β als default variabele een accurate schatting oplevert.

*Oplossing 3, indien Te, LSW en DWTfw bekend zijn:*

Indien Te, LSW en DWTfw bekend zijnwordt als 4e parameter de β bepaald en vastgezet op de eerder beschreven default waarde (zie oplossing 2). De volgende stap is om α op te lossen. Dit kan door het resultaat van R1.2 te herschrijven als:

R3.1:

Vervolgens worden de parameters ε, cb, cwl en Awl bepaald met behulp van de eerder gevonden resultaten voor R1.3, R1.4, R1.5 en R1.6.

De ontwerpdiepgang valt ten slotte op te lossen met behulp van vergelijking EQ1 die omgeschreven kan worden naar de volgende tweedegraads vergelijking:

Waarbij:

;

;

.

Oplossen met de abc-formule levert het volgende bruikbare resultaat:

R3.2:

*Oplossing 4, indien Te, Td en DWTfw bekend zijn:*

Indien Te, Td en DWTfw bekend zijn wordt als 4e parameter de β bepaald en vastgezet op de eerder beschreven default waarde (zie oplossing 2). Vervolgens wordt de LSW bepaald door R1.2 te herschrijven als:

R4.1:

Tenslotte worden de parameters ε, cb, cwl en Awl bepaald met behulp van de eerder gevonden resultaten voor R1.3, R1.4, R1.5 en R1.6.

*Oplossing 5, indien Te, Td en LSW bekend zijn:*

Indien Te, Td en LSW bekend zijn wordt als 4e parameter de β bepaald en vastgezet op de eerder beschreven default waarde (zie oplossing 2). De volgende stap is om opeenvolgend cb, cwl en Awl te bepalen met behulp van de eerder gevonden resultaten voor R1.4, R1.5 en R1.6. Zodra Awl bekend is kan EQ3 herschreven worden als:

R5.1:

De foutterm ε is vervolgens op te lossen met behulp van resultaat R1.3. Daarna kan de DWTfw bepaald worden aan de hand van EQ1.

R5.2:

*Oplossing 6, indien LSW en DWTfw bekend zijn:*

Als de aanvullende parameters LSW en DWTfw bekend zijn wordt de β vastgezet de eerder beschreven default waarde (zie oplossing 2). Op gelijke wijze worden cb coëfficiënten vastgezet op de default waarden van 0,811 voor motorschepen; 0.848 voor koppelbakken en 0,866 voor gewone bakken (zie Annex A en B). De volgende stap is om Te op te lossen. Dit kan door EQ5 te herschrijven als:

R6.1:

Vervolgens kunnen cwl en Awl bepaald worden met behulp van resultaat R1.5 en R1.6. Daarna kan α worden bepaald op basis van R5.1 en volgt Td uit oplossing R3.2.

*Oplossing 7, indien LSW en Te bekend zijn:*

Indien LSW en Te bekend zijn wordt als 3e parameter de β bepaald en vastgezet op de eerder beschreven default waarde (zie oplossing 2). Het vastzetten van cb als 4e parameter is niet mogelijk omdat cb af te leiden valt uit de LSW en de Te en dus niet vrij te bepalen is. Wel oplosbaar zijn cb, cwl en Awl uit R1.4, R1.5 en R1.6. Vervolgens kan α worden bepaald met R5.1 en volgt ε uit R1.3.

Voor het vaststellen van Td en DWTfw is één exogene raming nodig. De ontwerpdiepgang kan worden bepaald met het aanvullende model van Van Dorsser (2020) zoals beschreven in Annex C. Hiervoor is inzicht in het type schip en het soort lading nodig.

R7.1: Td exogeen ramen met van Dorsser et al. 2020 (tabel 5), met als aanvullende voorwaarde dat de maximale diepgang voor droge ladingschepen en containerschepen minimaal 2,30 meter bedraagt en gemaximeerd wordt op 4,5 meter en voor tankers en duwbakken op 5,0 meter[[5]](#footnote-5).

Als de Td bepaald is volgt de DWTfw uit het oplossingsresultaat R5.2.

*Oplossing 8, indien LSW en Td bekend zijn:*

Als de aanvullende parameters LSW en Td bekend zijn worden de β en de cb coëfficiënten vastgezet op hun default waarden (zie oplossing 6). De volgende stap is om Te op te lossen met behulp van resultaat R6.1. Vervolgens kunnen cwl en Awl bepaald worden met behulp van resultaat R1.5 en R1.6. Daarna kan α worden bepaald op basis van R5.1 en volgt ε uit R1.3. Als laatste kan ook de DWTfw worden bepaald met behulp van R5.2.

*Oplossing 9, indien DWTfw en Td bekend zijn:*

Als de parameters DWTfw en Td bekend zijn worden de β en de cb coëfficiënten vastgezet op hun default waarden (zie oplossing 6). Vervolgens worden cwl en Awl bepaald met R1.5 en R1.6.

Het oplossen van Te kan door ε te elimineren uit de capaciteitsvergelijkingen. Dit kan door EQ2 af te trekken van EQ1 en het resultaat om te schrijven naar α. Daarna kan ook EQ3 omgeschreven worden naar α. Door beide vergelijkingen aan elkaar gelijk te stellen kan α worden geëlimineerd:

Dit resulteert in de volgende kwadratische vergelijking die oplosbaar is met de abc-formule:

Waarbij:

De oplossing van deze vergelijking levert het volgende bruikbare resultaat op:

R9.1:

Zodra Te bekend is kan α bepaald worden met behulp van resultaat R5.1. Daarna is ε te bepalen aan de hand van R1.3. tenslotte volgt het ledig scheepsgewicht uit resultaat R4.1.

*Oplossing 10, indien DWTfw en Te bekend zijn:*

Als de aanvullende parameters DWTfw en Te bekend zijn worden de β en de cb coëfficiënten vastgezet op hun default waarden (zie oplossing 6). Vervolgens worden cwl en Awl bepaald met behulp van resultaat R1.5 en R1.6. Daarna wordt LSW bepaald met EQ6:

R10.1:

Vervolgens kan α worden bepaald op basis van R5.1 en volgt ε uit de oplossing van R1.3. Als laatste is Td op te lossen met resultaat R3.2.

*Oplossing 11, indien Te en Td bekend zijn:*

Als de aanvullende parameters Te en Td bekend zijn worden de β en de cb coëfficiënten vastgezet op hun default waarden (zie oplossing 6). Vervolgens kunnen cwl en Awl bepaald worden met behulp van resultaat R1.5 en R1.6. Daarna kan LSW bepaald worden op basis van R10.1. De parameter α volgt uit vergelijking 5.1 waarna de foutterm ε op te lossen is met behulp van resultaat R1.3. Uiteindelijk kan DWTfw bepaald worden aan de hand van R5.2.

*Oplossing 12, indien alleen Te bekend is:*

Als alleen Te bekend is worden de β en de cb coëfficiënten vastgezet op hun default waarden (zie oplossing 6). Het ramen van Td gebeurt exogeen conform de oplossing voor R7.1. Daarna volgen cwl en Awl uit R1.5 en R1.6, α uit R5.1, LSW uit R10.1, ε uit R1.3 en DWTfw uit R5.2.

*Oplossing 13, indien alleen LSW bekend is:*

Als alleen LSW bekend is worden de β en de cb coëfficiënten vastgezet op hun default waarden (zie oplossing 6). Het ramen van Td gebeurt exogeen conform de oplossing voor R7.1. Daarna volgen cwl en Awl uit R1.5 en R1.6. Om Te op te lossen kan EQ6 worden herschreven als:

R12.1:

Met behulp van Te kan α worden opgelost uit R5.1 en volgt ε uit R1.3. Tenslotte kan DWTfw bepaald worden aan de hand van R5.2.

*Oplossing 14, indien alleen DWTfw bekend is*

Als Td niet bekend is en DWTfw wel dan is de oplossing niet vanzelfsprekend. Het lijkt logisch om Td eerst exogeen te ramen en deze dan vervolgens toe te voegen, maar dat wordt afgeraden omdat de exogene schattingsmethoden voor Td geen directe relatie heeft met de DWTfw. Als beide parameters op een niet corresponderende wijze bepaald worden kan de spreiding in deze parameters behoorlijke afwijkingen veroorzaken bij het endogeen bepalen van de ledige diepgang en de parameters β, cb en LSW. De volgende oplossingsroutine wordt daarom aanbevolen:

1. Maak een raming van de Td\* op basis van van Dorsser et al. 2020 (conform oplossing R7.1);
2. Maak een raming van de LSW\* op basis van Td\* en methode beschreven in Annex E en F;
3. Bepaal de parameters op basis van oplossing 6, gebruik makend van de berekende LSW\* waarde en de bekende DWTfw als invoer.

*Oplossing 15, indien alleen Td bekend is:*

Bepaal de LSW\* conform stap 2 van oplossing 14. Zodra de LSW bepaald is kunnen de parameters verder bepaald worden aan de hand van oplossing 8.

*Oplossing 16, indien geen aanvullende informatie bekend is*

Idem als oplossing 15, maar nu eerst Td ramen met behulp van de methode beschreven onder R7.1.

1. **Interne controle van modeloplossingen**

Voor de interne controle van de modeloplossingen wordt gekeken of de waarden van β, cb en ε zich binnen een gangbare bandbreedte bevinden. Als dat niet zo is dat moet de modeloplossing in twijfel worden getrokken en nader worden geanalyseerd. De predictie intervallen voor motorschepen en niet zelf varende duwbakken worden beschreven in Annex A en B. Acceptabele waarden voor β liggen, uitgaande van de 99% betrouwbaarheidswaarden, voor motorschepen in het predictie interval [0,863; 0,989] en voor niet zelf varende dubbakken in het predictie interval [0,917; 1,000]. Voor cb kan voor motorschepen worden uitgegaan van het predictie interval [0,734; 0,887] en voor niet zelf varende duwbakken van [0,797; 0,936]. Voor duwbakken van koppelverbanden, die in veel gevallen beperkt zelf varend zijn, is nauwelijks informatie beschikbaar. Hiervoor kan uit worden gegaan van de omhullende van beide intervallen, d.w.z. [0,863; 1,000] voor β en [0,734; 0,936] voor cb. De waarde voor ε hoort in het interval [-5·α; 5·α] te liggen. De keuze voor dit interval is arbitrair afgeleid uit de histogram in figuur 1. Vanaf ±2·α is feitelijk al sprake van een uitzonderlijke situatie die nader onderzoek vergt. Vanaf ±5·α is nagenoeg zeker dat de waarde buiten het bereik van de te verwachten foutmarge ligt. Dan kan ervanuit gegaan worden dat er iets niet klopt.

1. **Externe validatie van modeloplossingen**

Externe validatie is mogelijk door de resultaten van het model te vergelijken met gegevens van schepen waarvan zowel de meetbrief als de werkelijke carène gegevens bekend zijn. De auteur beschik over gegevens van 21 schepen. Dit betreft 9 containerschepen en 12 chemietankers. De verschillende oplossingen zijn voor deze schepen doorgerekend en vergeleken met de werkelijke waarden. De berekende foutmarges zijn weergegeven in tabel 3.

De analyse laat zien dat de foutmarge af neemt naarmate er meer aanvullende informatie bekend is. De groen gearceerde velden hebben betrekking op oplossingen die in praktijk gangbaar zijn omdat de benodigde data goed aansluit op gegevens uit beschikbare bronnen.

**Tabel 3: Analyse van optredende foutmarges bij toepassing op 21 schepen**



Bron: eigen berekening op basis van een vergelijk met de werkelijke gegevens voor 21 schepen

Het verschil tussen oplossing 1 en de overige oplossingen is niet helemaal zuiver omdat de β en cb coëfficiënt bij gebrek aan data niet geheel onafhankelijk zijn vastgesteld. Dit betekent dat de fouten in de oplossing 2 t/m 16 bij een volledige onafhankelijke dataset iets hoger kunnen liggen, in de orde van 1 procent punt voor optie 2 t/m 7 en 2 procent punt voor optie 8 t/m 16 afgaande op de foutmarges bij het vaststellen van de gemiddelde waarden van cb (0.811 in interval [0,799; 0,823]) en β (0.928 in interval [0,916; 0,936]).

1. **Vereenvoudigd model voor zoet water**

Aan het begin van paragraaf 2 is een eenvoudig zoetwatermodel gepresenteerd. Dit model geeft een identieke beschrijving van de capaciteit en de waterverplaatsing van het schip als het model met 6 vergelijkingen en 12 variabelen, maar gebruikt uitsluitend de coëfficiënten a, b, c, het LSW en de Td. De coëfficiënten a, b en c volgen uit EQ2 en kunnen met α, Te, en ε bepaald worden.

FW1: (herhaald)

Met a, b, c bepaald als:

1. **Uitbreiding van het model naar zout water**

In praktijk varen binnenvaartschepen ook op zout water. Om het draagvermogen van het schip op zout water te bepalen is een aanpassing van het zoetwater model nodig. Deze beschrijving is voor de volumecapaciteit op een gegeven diepgang identiek aan die op zoet water, mits de ledige diepgang gedefinieerd wordt op zoet water en deze niet gecorrigeerd wordt voor zout water condities. Dit leidt tot de volgende formules voor de capaciteit, waterverplaatsing en het deplacement.

Zoutwater model:

SW1:

SW2:

SW3:

SW4:

SW5:

Waarbij:

LSVfw: Onderwatervolume van het ledige schip op zoet water in m3;

LSW: Ledige scheepsgewicht in tonnen;

CAP(T): Lading dragend onderwatervolume op actuele diepgang t.o.v. Te in m3;

∇(T): Waterverplaatsing van het schip op diepgang T in m3;

: Deplacement van het schip in zout water op diepgang T in metrische tonnen;

DWTsw(T): Laadvermogen van het schip in zout water op diepgang T in metrische tonnen;

a, b, c: modelconstanten die het volume van het schip beschrijven tussen Te en Td;

T: Actuele diepgang van het schip in meters;

Te: Ledige diepgang van het schip in meters op zoet water met ρ=1;

Td: Ontwerpdiepgang van het schip in meters op zoet water met ρ=1.

ρ: Dichtheid van water in tonnen per m3.

Door de definitie van de capaciteit te baseren op het volume tussen de ledige diepgang en de ontwerpdiepgang op zoet water kunnen bij het beschrijven van het ledige scheepsgewicht (LSW) en de capaciteit CAP(T) de bijhorende coëfficiënten worden overgenomen uit het zoetwatermodel. Het deplacement volgt uit de waterverplaatsing keer de dichtheid van het water. Het laadvermogen in tonnen wordt op zout water verkregen door het ledig scheepsgewicht van het deplacement af te trekken. Deze is gelijk aan de capaciteit op zoet water keer de dichtheid van het water plus een correctie (ρ-1)·LSW voor het extra draagvermogen op ledige diepgang.

1. **Conclusies en aanbevelingen**

Deze publicatie beschrijft een nieuw parametrisch model voor het ramen van de capaciteit en het deplacement van binnenvaartschepen op zoet en zout water dat ontwikkeld is in het kader van het Trans2 project ten behoeve van de doorontwikkeling van de ‘Digital Twin Vaarwegen’.

Het model bouwt voort op de bestaande modellen van Van Dorsser et al. (2020) en van Hekkenberg (2013). Het biedt een oplossing voor de problemen die in het huidige capaciteitsmodel ontstaan bij extrapolatie buiten de gangbare scheepsafmetingen. Voor het model zijn gegevens over de lengte, breedte en het type schip vereist samen met gegevens over het soort lading en de enkel- of dubbelwandigheid van het schip. De nauwkeurigheid kan worden vergroot met behulp van aanvullende gegevens over de ontwerpdiepgang en de bijhorende ontwerpcapaciteit en/of de ledige diepgang en het ledige scheepsgewicht.

Het model en de bijhorende programmeercode in python bieden een solide basis voor het analyseren van tal van vraagstukken over de binnenvaart. De modelresultaten kunnen rechtstreeks worden gebruikt om het effect van laag water op de capaciteit van de vloot te bepalen of worden geïmplementeerd als module in andere binnenvaartmodellen die bijvoorbeeld betrekking hebben op de stabiliteit van schepen of de weerstand en het brandstofverbruik.

De parametrische opzet van het model moet het mogelijk maken om ook andere modellen die gegevens over binnenvaartschepen nodig hebben parametrisch door te ontwikkelen. Hiermee wordt een begin gemaakt aan een volledig parametrisch scheepmodel in de ‘Digital Twin Vaarwegen’.

Gewenste verbeteringen van de methode hebben vooral betrekking op de gewichtsschatting in de situatie dat er minder dan 2 aanvullende parameters bekend zijn en de validatie van het model voor motorvrachtschepen en duwbakken. Ook ontbreekt er nog een goede schatting voor de β en de cb van koppelbakken.

**Literatuur**

* Hekkenberg, R. (2013) *Inland Ships for Efficient Transport Chains*, Doctoral dissertation, TU Delft, The Nethetlands, ISBN 978-94-6186-099-6.
* Hekkenberg, R., C. van Dorsser, en J. Schweighofer (2017) Modelling sailing time and cost for inalnd waterway transport, *European Journal of Transport Infrastructure Research*, Vol 17, No. 4, pp. 508-529.
* Heuser, H. (1986) *Anwendung Deim Entwurf von Binnenschiffen, Schifftechnik*, Band 33, Heft 1.
* Hofman, M. (2006) *Inland container vessel: Optimal characteristics for a specified waterway*, RINA Coastal Ships & Inland Waterways II conference.
* Koedijk, O.C. (2020) *Richtlijnen Vaarwegen 2020*, Rijkswaterstaat, Ministerie van Infrastructuur en Waterstaat.
* Roelse (2002) *Classificatie en kenmerken van de Europese vloot en de actieve vloot in Nederland*, Rijkswaterstaat, Dienst verkeer en scheepvaart.
* Van Dorsser, C. et al. (2020) The effect of low water on loading capacity of inland ships, *European Journal of Transport Infrastructure Research*, Vol 20, No. 3, pp. 47-70.
* Vinke, F et al. (2024) Inland shipping response to discharge extremes – A 10 years case study of the Rhine, *Climate Risk Management*, Vol. 43, 100578.

# Annexes

1. **Het vaststellen van de vormcoëfficiënten van motorschepen**

Het oplossen van het model vraagt om default waarden voor de vorm coëfficiënten cb en β. Deze coëfficiënten kunnen voor sommige schepen in praktijk worden afgeleid uit de meetbrief[[6]](#footnote-6) en de carène gegevens uit de stabiliteitsboeken[[7]](#footnote-7). Met uitzondering van globale indicaties voor de bandbreedte van cb waardes op volledige diepgang zijn dergelijke gegevens in de literatuur niet voorhanden. Om een inschatting te maken zijn er gegevens voor individuele schepen opgehaald bij scheepseigenaren. De auteur heeft voor 21 schepen de benodigde gegevens verzameld. Het betreft gegevens van 9 containerschepen (L: 63,0 - 134,8 m; B: 7,20 - 14,25 m; en Td: 2.79 - 3.64 m) en 12 chemietankers (L: 85,6 - 110,0 m; B: 10,50 - 14,06 m; en Td: 2,89 - 4,46 m). Met behulp hiervan zijn default waarden voor de cb en β van motorvrachtschepen vastgesteld. De resultaten van de analyse worden in deze annex gerapporteerd.

Het vaststellen van de blok coëfficiënt:

De blokcoëfficiënt (cb) beschrijft het onderwatervolume van het schip als fractie van de het product van de lengte (L), breedte (B) en ledige diepgang (Te). Het ledige scheepsgewicht (LSW) wordt hiermee als volgt beschreven:

De waarden voor de blokcoëfficiënt liggen voor de 21 motorschepen tussen de 0,775 en 0,857 met een gemiddelde van 0,811. Belangrijk is dat het gaat om de blokcoëfficiënt van het schip op ledige diepgang. Op grotere diepgang neemt de blokcoëfficiënt toe. Het 95% betrouwbaarheidsinterval voor de gemiddelde waarde van de cb bedraagt [0,799; 0,823]. De overeenkomstige 95% en 99% predictie intervallen zijn respectievelijk [0,755; 0,867] en [0,734; 0,887] op basis van een 2-zijdige student-t verdeling. De waarde van 0.811 ligt net iets boven de waarde van 0.80 die vaak als conservatieve schatting in stabiliteitsberekeningen gehanteerd wordt indien de daadwerkelijke carène gegevens en het ledige scheepsgewicht niet bekend zijn[[8]](#footnote-8). Deze waarde ligt dus in lijn met de verwachting. Een waarde onder de 0.80 had niet voor de hand gelegen omdat dit zou betekenen dat de stabiliteit bij het gebruik van default waarden overschat zou worden.

De resultaten van de analyse voor het bepalen van de cb zijn weergegeven in figuur A1. Er is geen significant verschil geconstateerd tussen de cb van containerschepen en tankers. Daarom worden alle motorvracht- en tankschepen verder als één populatie motorschepen behandeld.

**Figuur A1: Ledig scheepsgewicht in relatie tot product van lengte, breedte en diepgang**



Bron: eigen analyse op basis van gegevens van 21 container- en tankschepen

Vaststellen van de β-coëfficiënt:

Het nadeel van het gebruik van de blokcoëfficiënt bij het bepalen van het ledige scheepsgewicht is dat deze coëfficiënt de in het model aanwezige informatie over de rompvorm onbenut laat. Een gerichtere schatting wordt verkregen door het ledige scheepsgewicht te bepalen als een factor (β) maal het waterlijnoppervlak op ledige diepgang (Awl) en de ledige diepgang (Te).

Hierbij valt de waterlijnoppervlak in de bovenstaande formule te bepalen uit de afgeleide van de vergelijking voor de capaciteit op een gegeven diepgang. Voor het bepalen van de Awl zijn de beschikbare waarden uit de meetbrief (die in praktijk per cm inzinking vastgesteld worden) eerst omgezet in een 2e-graads polynoom en is vervolgens de afgeleide bepaald. De fit van deze lineaire regressie heeft voor de 21 voorbeeldschepen een R2-waarde van 0,9999 tot 1,0000.

De parameter β ligt voor de 21 voorbeeldschepen tussen de 0,894 en 0,966 met een gemiddelde van 0,928. Het bijhorende 95% betrouwbaarheidsinterval voor de gemiddelde waarde bedraagt [0,916; 0,936]. De overeenkomstige 95% en 99% predictie intervallen bedragen respectievelijk [0,880; 0,972] en [0,863; 0,989] op basis van een 2-zijdige student-t verdeling.

De spreiding in het met behulp van de β-coëfficiënt berekende ledige scheepsgewicht is kleiner dan bij het gebruik van de blokcoëfficiënt. Dit is logisch is omdat de blokcoëfficiënt geen informatie over de rompvorm bevat terwijl de β-coëfficiënt aansluiting maakt op een model dat de scheepsvorm boven de waterlijn op ledige diepgang beschrijft.

De resultaten van de analyse zijn weergegeven in figuur A2.

**Figuur A2: Ledig scheepsgewicht in relatie tot product waterlijnoppervlak en ledige diepgang**



Bron: eigen analyse op basis van de gegevens van 21 container en tankschepen

De geringe spreiding in de waarden van de parameters β en cb maakt beide parameters zeer geschikt voor het ramen van de capaciteit, de waterverplaatsing en het deplacement van motorschepen (d.w.z. droge lading schepen, containerschepen en tankers die voorzien zijn van eigen voortstuwing).

1. **Vaststellen vormcoëfficiënten van duwbakken**

Aangezien duwbakken voller worden geconstrueerd dan motorschepen moet hierbij gerekend worden met een hogere b en cb waarde. Voor het schatten van deze parameters beschikt de auteur niet over de benodigde carène gegevens. Er is daarom is een alternatieve werkwijze gehanteerd waarbij het ledige scheepsgewicht van duwbakken eerst geraamd moest worden.

Bij duwbakken moet onderscheid gemaakt worden tussen de duwbakken van koppelverbanden en gewone duwbakken. Duwbakken van koppelverbanden zijn doorgaans wat meer gevormd (kleinere cb) en vaak voorzien van een boegschroef waarmee het schip langzaam kan varen. Voor koppelbakken beschikt de auteur slechts over de gegevens van één specifieke bak (afkomstig uit de meetbrief en de carène tabellen van het stabiliteitsboek). Voor deze koppelbak bedraagt de cb waarde 0.848 en de waarde voor β 0.932. Deze waarden kunnen als default gehanteerd worden voor koppelbakken.

Voor gewone niet zelf varende duwbakken worden doorgaans geen stabiliteitsboeken opgesteld en zijn dus ook geen carène gegevens beschikbaar. Wel zijn er meetbrieven op internet te vinden. Voor duwbakken is daarom een alternatieve benadering gehanteerd om de cb en β coëfficiënt te ramen. Deze methode maakt gebruik van de specifieke vormeigenschappen van bakken. Dit wordt verder toegelicht aan de hand van een schematische weergaven van duwbakken in figuur B1.

**Figuur B1: schematische weergave van niet zelf varende duwbakken**



In tegenstelling tot motorschepen en koppelbakken die over het algemeen ronder gevormd zijn is het onderwaterschip van niet zelf varende duwbakken relatief eenvoudig te beschrijven. Deze duwbakken hebben een recht afgeschuinde voorzijde en in sommige gevallen ook een recht afgeschuinde achterzijde die zodanig ontworpen is dat zij op ledige diepgang boven water uitsteekt. Ook blijft de vorm over de gehele breedte zo goed als identiek. Dit betekent de waterlijn oppervlakte bij niet zelf varende duwbakken lineair afneemt richting de kiel. Deze specifieke eigenschap maakt het mogelijk om met behulp van de meetbrief een betrouwbare inschatting te maken van het ledige gewicht en de bijhorende β en cb waarden.

Voor het schatten van het ledige scheepsgewicht van niet zelf varende bakken is uitgegaan van de meetbrief op de ledige diepgang (Te) en op een diepgang van Te + 10 cm en Te + 20 cm. Er is met stappen van 10 cm gewerkt omdat de meetbrief feitelijk ook steeds met stappen van 10 cm wordt opgesteld[[9]](#footnote-9). De eerste stap is om de gemiddelde waterlijnoppervlakte op Te + 5 cm en Te + 15 cm te bepalen. De waarde voor het waterlijnoppervlak op Te + 5 cm volgt uit het verschil in capaciteit op Te + 0 cm en Te + 10 cm en het hoogteverschil van 10 cm. Voor Te + 15 wordt gekeken naar de capaciteit bij Te + 10 cm en Te + 20 cm (respectievelijk 10 en 20 cm inzinking).

De gehanteerde berekening ziet er als volgt uit:

Als de kniklijn bij de voor- en achtersteven ten minste 20 cm boven de waterlijn op ledige diepgang ligt[[10]](#footnote-10) kan de afname van de waterlijnoppervlakte per cm diepgang worden bepaald als:

Hieruit kan de waterlijnoppervlakte op ledige diepgang worden berekend en een schatting (\*) worden gemaakt van de denkbeeldige waterlijnoppervlakte ter hoogte van de kiel (voor het geval dat het schip uit het water getild zou worden en de kiel precies op de waterlijn komt te liggen). Dit resulteert in de volgende benadering:

Met behulp van Awl en Ak\* kan een inschatting gemaakt worden van het ledige scheepsgewicht van niet zelf varende duwbakken. Deze schatting is als volgt te berekenen:

Met behulp van LSW\* kunnen ook cb\* en β\* voor niet zelf varende duwbakken worden geraamd:

De bovenstaande berekening is uitgevoerd voor 44 duwbakken waarvan de meetbrieven bekend zijn. Dit resulteerde in de verdeling van de cb\* en β\* waarden zoals weergegeven in figuur B2 en B3.

De β\* en cb\* coëfficiënten geven een schatting voor de volheid van de duwbak. De gemiddelde cb\* waarde bedraagt 0,866 met een 95% betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde van [0,855; 0,877]. Voor β\* is het gemiddelde 0,961 en het 95% betrouwbaarheidsinterval [0.956; 0.966]. De bijhorende 95% en 99% predictie intervallen voor individuele schepen zijn weergegeven in figuur B2. Hierbij is voor β\* de bovengrens afgekapt op de theoretische waarde van 1.000.

**Figuur B2: Met behulp van de meetbrief benaderde cb\* waarden voor gewone bakken**



**Figuur B3: Met behulp van de meetbrief benaderde β\* waarden voor gewone duwbakken**



Het is mogelijk dat deze raming iets boven de werkelijke waarde ligt omdat ze niet gebaseerd is op daadwerkelijke carène gegevens, maar op een benadering (die geen rekening houdt met een eventuele afronding onder water). Hiermee kan desgewenst rekening gehouden worden bij de interne validatie van het model zoals beschreven in sectie 4.

1. **De ondersteunende modellen van Van Dorsser**

De publicatie van Van Dorsser et al. (2020) bevat naast het relatieve capaciteitsmodel (tabel 3) ook een aantal ondersteunende modellen. Relevante modellen zijn het ondersteunende model voor het bepalen van de ontwerpdiepgang (tabel 5) en de ledige diepgang (tabel 4). Deze modellen worden onderstaand weergegeven in tabel C1 en C2:

**Tabel C1: Ondersteunend model voor bepalen van de ontwerpdiepgang**



Het ondersteunende model voor het bepalen van de ontwerpdiepgang geeft voor gangbare schepen een betrouwbare schatting, maar vliegt bij afwijkende waarden uit de bocht. Om de kwaliteit van het model te valideren is voor 133 schepen van verschillende typen een analyse gemaakt van de fout. De uitkomst van deze analyse is weergegeven figuur C1. De gemiddelde absolute fout bedraagt voor deze dataset c.a. 6%. Het 99% betrouwbaarheidsinterval ligt binnen de 20% afwijking.

**Figuur C1: Validatie van modeluitkomsten ontwerpdiepgang voor gangbare schepen**



Bij niet gangbare schepen ligt de situatie anders. Gangbare diepgangen liggen tussen de 2,3 m en de 5,0 m (afgaande op de gegevens in de empirische dataset van 133 schepen waarvan meetbrieven bekend zijn). Als we de lengte en breedte in het ondersteunende model variëren dan volgt dat meerdere ramingen buiten de gangbare afmetingen van c.a. 2,3 t/m 4,5 à 5,0 meter ontwerpdiepte vallen (zie figuur C2).

**Figuur C2: Geraamde ontwerpdiepgang bij ongebruikelijke scheepsafmetingen**



Een praktische manier om hiermee om te gaan is om een minimum model uitkomst van 2,3 meter diepgang te hanteren in combinatie met een maximum waarde van 4,5 meter voor droge lading- en containerschepen (+koppelbakken) en van 5,0 meter voor tankers en niet zelf varende duwbakken.

**Tabel C2: Ondersteunend model voor bepalen van de ledige diepgang**



Om de kwaliteit van het model voor het bepalen van de ledige diepgang te valideren is voor 133 bestaande schepen van verschillende grootten en typen een analyse gemaakt van de fout. De uitkomst van deze analyse is weergegeven figuur C3. De gemiddelde absolute fout bedraagt voor deze dataset 5.9% en het 99% betrouwbaarheidsinterval ligt op 19% afwijking. Het model geeft voor gangbare schepen dus en redelijke inschatting als er geen aanvullende informatie over het schip bekend is.

**Figuur C3: Validatie van modeluitkomsten ledige diepgang voor gangbare schepen**



Voor schepen met ongebruikelijke afmetingen zijn de modeluitkomsten niet zondermeer toepasbaar. Om de kwaliteit van het model bij dergelijke afmetingen te valideren is een vergelijkbare berekening gemaakt als voor het ondersteunende model dat de ontwerpdiepgang bepaald. Hierbij is uitgegaan van een ontwerpdiepgang van 3,0 meter. De uitkomsten zijn weergegeven in figuur C4. Deze figuur maakt de probleemgebieden inzichtelijk.

**Figuur C4: Geraamde ledige diepgang bij ongebruikelijke scheepsafmetingen**



Uit de resultaten in figuur C4 volgt dat de uitkomsten van het model voor het ramen van de ledige diepgang een onjuiste toename van de diepgang laten zien bij een oplopende breedte. Dit impliceert dat het model voor afwijkende scheepsafmetingen (kleine L/B waarde) aantoonbaar foute waarden geeft. Het model is daarom alleen toepasbaar bij gangbare scheepsafmetingen (≈ L/B > 8).

**Toepassingsgebied methode van Dorsser et al. (2020)**

In de publicatie van Van Dorsser et al. (2020) is het geldige toepassingsgebied voor de modellen niet gespecificeerd. Met betrekking tot het toepassingsgebied van het relatieve capaciteitsmodel uit tabel 3 van de publicatie hebben zich geen problemen voorgedaan. Dit komt doordat alle datapunten van alle bij het opstellen van de publicatie aanwezige scheepsgegevens in de empirische regressie analyse betrokken zijn geweest. Als gevolg hiervan is de methode voor zover bekend op alle denkbare binnenschepen in het in sectie 2 beschreven toepassingsbereik geschikt.

Dit laatste geldt niet voor de ondersteunende modellen. Bij het ondersteunende model voor het ramen van de ontwerpdiepgang speelt dat de gehanteerde ontwerpdiepgang niet zozeer een fysische wetmatigheid volgt, maar veel meer een arbitraire keuze is van de ondernemer die een nieuw schip laat bouwen binnen de gangbare wensen van de markt. Om hier praktisch mee om te gaan wordt aanbevolen de ondergrens af te kappen op c.a. 2,30 meter en de bovengrens af te kappen op 4,50 meter voor motorvrachtschepen die met droge lading of containers varen (+ koppelbakken die bij deze schepen horen) en op 5,0 meter voor motortankschepen en duwbakken. Daartussenin kan gebruik gemaakt worden van de beschikbare formules uit tabel 5 van Van Dorsser et al. (2020).

Voor het bepalen van de ledige diepgang ligt de situatie nog gecompliceerder. Voor gangbare schepen is uit de bovenstaande analyse gebleken dat de absolute foutmarge 5.9% bedraagt en met 99% zekerheid niet meer dan 19%. Maar er is ook bekend dat het model bij afwijkende afmetingen aantoonbaar foute uitkomsten geeft. In tegenstelling tot de ontwerpdiepgang (waar de diepgang bepaald wordt door de gangbare diepte op de rivier) is er ook geen sprake van en duidelijke bandbreedte waarbinnen de ledige diepgang zich kan bevinden. Uit een verdere analyse van de fouten blijkt dat de spreiding van de foutterm zich niet laat verklaren door eenvoudige parameters als L, B, L/B, of L·B. Dit betekent dat er op basis van deze parameters geen afbakening gemaakt kan worden van het toepassingsgebied waarbinnen de foutmarge onder een bepaalde waarde blijft. Wel kunnen we vaststellen dat het model voor de geanalyseerde schepen een redelijke waarde op levert. Het is daarom reëel om het toepassingsgebied te definieren aan de hand van de reikwijdte van de schepen in de dataset van 133 schepen die voor de validatie gebruikt is. Deze dataset beslaat zowel het bestand aan schepen uit de eerdere publicatie van Van Dorsser et al. (2020) als een aantal nieuw toegevoegde schepen. De in de dataset aanwezige afmetingen zijn voor de verschillende categorieën schepen weergegeven in tabel C3.

**Tabel C3: Kenmerken van schepen in de gehanteerde dataset voor validatie**



1. **Geavanceerde vuistregels van Hekkenberg**

Hekkenberg (2013) concludeerde dat er nagenoeg geen modellen voor het ramen van het ledig scheepsgewicht in de literatuur aanwezig zijn. Hofman (2006) beschrijft een globaal verband waarmee het ledige gewicht van binnenschepen op basis van lengte, breedte en holte geschat kan worden. Dit verband is gebaseerd op relatief oude gegevens van Heuser (1986) en kent een grote spreiding. Als zodanig is het model van Hofman (2006) niet bruikbaar. Hekkenberg (2013) ontwikkelde een ontwerptool waarmee hij automatisch scheepsontwerpen van een bepaald type met gegeven hoofdafmetingen kon genereren. Deze tool is gebaseerd op de klasse regels voor het ontwerp van schepen zoals bepalingen voor spantafstanden en minimale plaatdiktes. Het model kan automatisch scheepsontwerpen genereren voor droge ladingschepen, containerschepen en dubbelwandige motortankschepen. De hoofdafmetingen kunnen variëren tussen een lengte van 40 tot 185 meter, een breedte van 5 tot 25 meter en een ontwerpdiepgang van 1,5 tot 4,5 meter. Door het type schip en de hoofafmetingen systematisch te variëren vergaarde hij een omvangrijke dataset met theoretische data die het gehele bereik aan mogelijke scheepsafmetingen voor de binnenvaart op de Rijn beschrijft. Met behulp van lineaire regressie stelde hij een aantal ‘geavanceerde vuistregels’ op waarmee het laadvermogen en het ledige scheepsgewicht rechtsreeks zonder gebruik van de tool geschat kunnen worden. De ‘geavanceerde vuistregels’ van Hekkenberg (2013, Annex D) hebben als voordeel dat ze over het hele spectrum van mogelijke scheepsafmetingen een robuuste schatting van het ledige scheepsgewicht geven. Dit geldt ook voor schepen met zeer ongebruikelijke afmetingen. Een minpunt is wel dat de methode alleen geschikt is voor motorschepen en niet toepasbaar is op duwbakken en koppelbakken.

Een complicerende factor is dat Hekkenberg (2013) onderscheid maakt tussen schepen met een langs- en een dwars verstijfde constructie. Voor relatief korte schepen is een dwars verstijfde constructie lichter. Voor lange motorschepen is een langs verstijfde constructie gunstiger. Een praktische wijze om met deze onbekende invoerparameter om te gaan is om de verstijving te selecteren die de lichtste constructie oplevert. De coefficienten van zijn model zijn samengevat in tabel D1.

Correctie op gewicht van accommodatie, leidingwerk en equipment

Bij het toepassen van het model van Hekkenberg (2013) is geconcludeerd dat het model het ledige scheepsgewicht substantieel overschat bij kleine schepen (<70 m). De vermoedelijke oorzaak is een te hoge inschatting voor het gewicht van de accommodatie en de equipment. Voor een klein schip van c.a. 46 x 6,3 meter bedroegen deze componenten volgens het model c.a. 58% van het totale scheepsgewicht wat resulteerde in een veel te hoge gewichtsinschatting. De oorzaak houdt mede verband met de toegenomen regelgeving die het bouwen van een klein schip tegenwoordig moeilijker maken, maar dit is bij lange na geen afdoende verklaring.

Om dit te ondervangen wordt voorgesteld het scheepsgewicht voor motorvracht- en motortank schepen te maximeren op 1,25 keer het berekende staalgewicht. Deze waarde is enigszins arbitrair vastgesteld en zal nog nader onderzocht moeten worden, maar gegevens daarvoor ontbreken. Na het toepassen van de correctie wordt de resterende afwijking bij het betreffende kleine schip van 46 x 6,3 meter gereduceerd van 56% tot 13%. De correctie heeft nauwelijks tot geen consequenties voor grotere schepen omdat die niet geraakt worden door de correctie.

**Tabel D1: Model voor het bepalen van het ledig scheepsgewicht volgens Hekkenberg**



NB: De coëfficiënten van de methode zijn samengevat in tabel D1. De maximale waarde voor het gewicht van de accommodatie en equipment is door de auteur toegevoegd en staat niet vermeld in de oorspronkelijke publicatie.

Validatie uitkomsten model Hekkenberg (2013)

Voor het gebruik van het model van Hekkenberg (2013) moeten de L, B en Td bekend zijn. Als de Td niet bekend is kan deze worden geraamd met behulp van de ondersteunende methode van Van Dorsser et al. (2020) (Tabel 5) en de eerder in Annex C genoemde afkapwaarden.

Om de kwaliteit van het model van Hekkenberg (2013) te valideren is een vergelijk gemaakt tussen de berekende waarden voor LSW\* en de werkelijke waarden voor LSW in het geval dat de Td\* geraamd is met Van Dorsser et al. (2013) en het geval dat de Td bekend is. De resultaten van deze validatieslag zijn weergegeven in figuur D1 en figuur D2.

De analyse laat zien dat het model van Hekkenberg (2013) vooral bij grote motorvrachtschepen en structurele afwijking heeft die resulteert in een te hoge LWS. Ook gaat het model van uit van dubbelwandige schepen, wat voor droge lading niet zondermeer het geval is.

**Figuur D1: Validatie van modeluitkomsten ledig scheepsgewicht bij geraamde Td\***



**Figuur D2: Validatie van modeluitkomsten ledig scheepsgewicht bij bekende Td**



1. **Toepassing methode Van Dorsser en Hekkenberg**

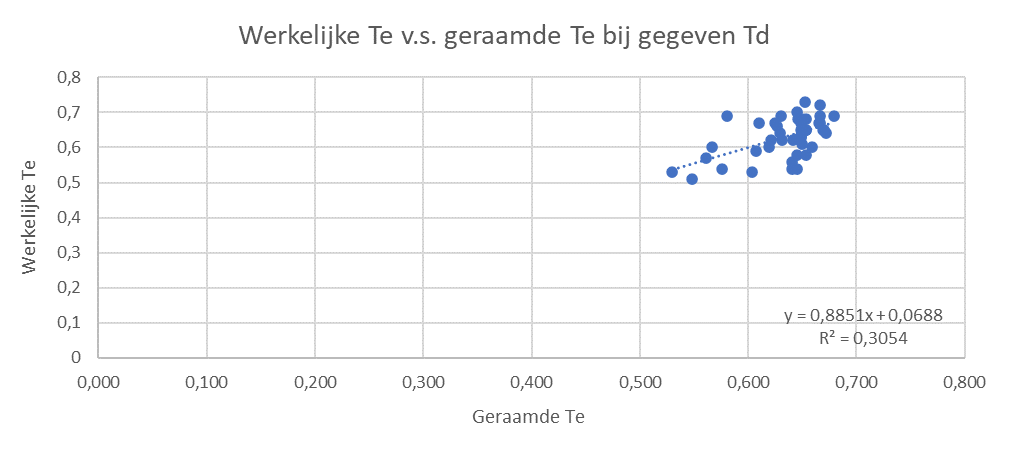
Het gebruik van de methoden van Van Dorsser et al. (2020) en Hekkenberg (2013) wordt pas relevant op het moment dat er onvoldoende bekend is om oplossing 1 t/m 13 uit paragraaf 3 toe te toepassen. In alle andere gevallen wordt het gebruik van oplossing 1 t/m 13 aanbevolen.

Mocht het nodig zijn om de LSW exogeen te ramen met Van Dorsser et al. (2020) en Hekkenberg (2013) dan hangt de keuze voor de toe te passen methode af van het al dan niet gangbaar zijn van de scheepsafmetingen. Voor de methode van Van Dorsser et al. (2020) is in Annex C vastgesteld dat deze voor schepen met de afmetingen vermeld in tabel C3 acceptabele resultaten oplevert. Omdat de binnenvaart veel standaard afmetingen kent is het wenselijk het toepassingsgebied iets ruimer te definiëren, bijvoorbeeld op 95% van de ondergrens en 105% van de bovengrens.

Als de afmetingen van het schip buiten de geregistreerde onder- en bovengrens van de in Tabel C3 vermelde waarden vallen dan kan de betrouwbaarheid van de ondersteunende modellen van Van Dorsser et al. (2020) niet langer worden gegarandeerd en wordt aanbevolen om het model van Hekkenberg (2013) toe te passen. In dit geval wordt de ontwerpdiepgang eerst geraamd met behulp van Van Dorsser et al. (2020) (tabel C1 met afkapwaarden) en wordt vervolgens de ledige diepgang (LSW) bepaald met de geavanceerde vuistregels van Hekkenberg (2013) en de aanname dat het gewicht van de accommodatie, equipment en outfitting niet meer dan 25% van het staalgewicht bedraagt (zie tabel D1). Zodra de LSW bepaald is volgt de Te met behulp van cb uit Annex A.

1. **Bepalen ledig scheepsgewicht van duwbakken – nieuwe methode**

Voor het ramen van het gewicht en de capaciteit van duwbakken kan voor oplossing 1 t/m 13 gebruik worden gemaakt van dezelfde methodiek als voor motorschepen, zij het dat er andere waarden voor cb en β gehanteerd moeten worden voor duwbakken en koppelbakken. Voor oplossing 14 t/m 16 is het van belang om naast de Td\* nog een tweede parameter exogeen te ramen. Dit kan voor Te\* op basis van het ondersteunende model van Van Dorsser et al. (2020) zoals besproken in Annex C, maar die oplossing is niet bevredigend omdat de raming van de ledige diepgang alleen toepasbaar is voor schepen met gangbare afmetingen en omdat deze een relatief grote spreiding kent.



We hebben daarom gezocht naar een breder toepasbaar verband met een goede fit op basis van een schatting van het staalgewicht volgens Hekkenberg (2013) en een factor over de LBTd.

Afbeelding met tekst, diagram, Perceel, lijn

Automatisch gegenereerde beschrijving

**Figuur G1: Gevonden verband voor het ramen van de LSW\* van duwbakken**

Voor het ramen van het ledige scheepsgewicht van bakken wordt de volgende methode voorgesteld: (1) Bepaal de Td aan de hand van tabel C1 en hanteer daarbij een minimum van 2,3 en een maximum van 5.0 meter; (2) Bepaal het staalgewicht volgens Hekkenberg (SWHB) ware de duwbak een gewoon droog ladingschip; (3) Schat het ledige gewicht van de duwbak met de volgende formule:

De methode is zowel toepasbaar op gewone duwbakken als op meer gevormde koppelbakken en kan worden toegepast voor het bepalen van de LSW\* in oplossing 14, 15 en 16.

1. In deze publicatie wordt uitsluitend gesproken over metrische tonnen van 1000 kg per ton. [↑](#footnote-ref-1)
2. Post publicatie is een fout ontdekt in de berekening van de geschatte capaciteit in het validatiemodel. Na herstel van deze fout bleek de foutmarge kleiner te zijn dan de gerapporteerde waarde. De oorspronkelijke publicatie vermeldt een MAE van -0.99 en een RMSE van 1.39. [↑](#footnote-ref-2)
3. De carène gegevens beschrijven het volume van het onderwaterschip op een gegeven diepgang vanaf de kiel tot aan de ontwerpdiepgang. De meetbrief beschrijft voor elke cm diepgang hoe groot de laadcapaciteit van het schip is. Hierbij wordt uitgegaan van een gelijklastige inzinking. Dat wil zeggen dat het schip recht in het water ligt en de diepgang voor en achter even groot zijn. Op ledige diepgang is de capaciteit 0 ton. Het volume van het onderwaterschip uit de carène gegevens op ledige diepgang is op zoet water gelijk aan het ledig scheepgewicht. In praktijk wordt in stabiliteitsberekeningen vaak gebruik gemaakt van benaderde carène gegevens. Als gevolg hiervan is het ledig scheepsgewicht in dat geval ook niet exact bekend. [↑](#footnote-ref-3)
4. We hanteren hier de term uitgebreid model om onderscheid te maken tussen dit model en het eenvoudige capaciteitsmodel op basis van de parameters a, b, c, en LSW dat in paragraaf 6 behandeld wordt. [↑](#footnote-ref-4)
5. Het opleggen van minimale en maximale waarden is noodzakelijk om problemen met extrapolatie buiten de reikwijdte van de empirische dataset van schepen waarop het model gebaseerd is te ondervangen. [↑](#footnote-ref-5)
6. Voor de volledigheid moet worden opgemerkt dat bij het opstellen van de officiële meetbrief een kleine fout wordt gemaakt. De meetbrief veronderstelt een gelijklastige inzinking van het schip terwijl de meting onder trim plaats vindt. Bij het bepalen van de ledige inzinking wordt geen rekening gehouden met het feit dat het voorschip voller is dan het achterschip. Er worden in het midden en op gelijke afstand van het midden 3 punten gemeten en de gemiddelde waarde wordt als ledige diepgang aangehouden. Dit terwijl het schip, als er een zuiver moment op uitgeoefend zou worden om het gelijklastige te leggen, in werkelijkheid iets om hoog zou komen. Hierdoor zal de ledige diepgang in werkelijkheid c.a. 0 tot 2 cm lager uituitvallen dan in de meetbrief vermeld staat. Aangezien dit effect zonder een geavanceerde modelbeschrijving van de rompvorm niet te ramen is wordt het in deze publicatie verder buiten beschouwing gelaten. [↑](#footnote-ref-6)
7. Er moet opgemerkt worden dat niet alle stabiliteitsboeken daadwerkelijke carène gegevens bevatten omdat er vaak gerekend wordt met een benaderingsformule. In dit onderzoek is alleen gebruik gemaakt van gegevens van schepen waarvan de daadwerkelijke carène gegevens ook in de stabiliteitsboeken vermeld staan. [↑](#footnote-ref-7)
8. De default cb waarde van 0.80 die gehanteerd wordt in veel stabiliteitsberekeningen wordt nergens officieel voorgeschreven, maar bij het analyseren van meerdere stabiliteitsboeken die met een benaderingsformule werken kan deze waarde telkens weer worden teruggevonden. Het lijkt daarmee een ongeschreven standaard. [↑](#footnote-ref-8)
9. De tussenliggende waarden worden in de meetbrief niet exact per cm bepaald maar lineair geïnterpoleerd waardoor ze niet volledig juist zijn. Feitelijk gezien wordt in de meetbrief elke 10 cm een tonnage bepaald en wordt deze vervolgens door 10 gedeeld om de capaciteit per cm te bepalen. Deze benadering is voor het schatten van het verband tussen de waterlijnoppervlakte en de diepte niet geschikt. Daarom is gekeken naar de waarden die op 10 en 20 cm boven de ledige diepgang liggen. [↑](#footnote-ref-9)
10. In dat geval is er sprake van een lineair verband tussen de diepgang en het bijhorende waterlijnoppervlak op die gegeven diepgang voor diepgangen vanaf de kiel tot aan Te + 20 cm. [↑](#footnote-ref-10)